La mer 23: 49-54, 1985
Société franco-japonaise d'océanographie, Tokyo

弱い非線型陸棚波方程式について

中　村　重　久

A note on weakly-nonlinear equations of continental shelf waves

Shigehisa NAKAMURA

Abstract: Weakly-nonlinear equations for continental shelf waves are derived without rigid-lid approximation. These equations coincides with Pierini's equations on an f-plane as a special case of that on a beta-plane. On the f-plane the zeroth order approximation gives a linear differential equation for a Sturm-Liouville's problem, the first order approximation a Burger's equation and the second order approximation a Korteweg-deVries (KdV) equation. A discussion is devoted to what kinds of nearly-nonlinear waves are possible on some specific continental shelves around the Japanese Islands.

1. 緒　言

陸棚波は慣性周期より長い周期の波で，北半球の陸棚上では海岸線を右に見て進む。この陸棚波の理論は1964年 ROBINSON によって提出されて以来，いろいろの面から多くの研究がされてきた（たとえば，LEBLOND & MYSAK, 1978; GILL, 1982)。分散性についての検討も，たとえば，BUCHWALD and ADAMS (1968) によって行なわれた。さらに，BUCHWALD (1973) は発散性の条件を考慮にいれた理論を展開し，その場合の陸棚波の分散曲線は COLDWELL ら (1972) の実測とよく一致することを示した。非線型陸棚波については SMITH (1972) が理論的研究をすすめた。そして，コリオリ・パラメータ f，陸棚の幅 L，陸棚の端の深さ h に対して微小量としてのパラメータ $\varepsilon=fL/(gh)^{1/2}$ を利用して，非線型性と分散性とがいづれもそのオーダーであると考え，ケルビン波はKdV方程式を満足するが，陸棚波はKdV方程式ではなくて，それによく似た方程式を満足することを明らかにした。また，SAINT-GUILY (1984) は，とくに慣性長波について分散曲線をもとめ，非線型最大波高に対する限界を示した。PIERINI (1984) は，線型ないし弱非線型の陸棚波を記述できる発展方程式系として，3種類の方程式が可能なことを論じた。そのひとつは SMITH (1972) と同様 KdV 方程式を満すものであり，他の非線型領域の波は非線型双曲線型微分方程式あるいは Burger 方程式 (WHITHAM, 1974, p. 7) とよばれる方程式を満す。

ここでは，まず，β 面での陸棚波方程式を導いて，非線型項の重要性について考え，この方程式が f 面近似で Pierini の方程式と一致することを示す。f 面での非線型陸棚波方程式における海底地形のスケールの効果については，日本周辺陸棚を例にとって考察する。

2. 基礎方程式

バロトロピックな陸棚波に対しては浅水長波の方程式を出発点として考えることにする。

自由波に対する式（たとえば，LEBLOND and MYSAK, 1978; PIERINI, 1981）に外力項 F を加えれば，方程式を一般的なものとして取扱うことになる。このとき，運動方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-fv=-g\frac{\partial \zeta}{\partial x}+F_x, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+fu=-g\frac{\partial \zeta}{\partial y}+F_y, \qquad (2)$$

* Received February 28, 1985
** 京都大学防災研究所附属白浜海象観測所，和歌山県西牟婁郡白浜町堅田畑崎
Shirahama Oceanographic Observatory, DPRI, Kyoto University, Katada-Hatasaki, Shirahama, Wakayama, 649 Japan

連続方程式は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\Big[(\zeta+h)u\Big]+\frac{\partial}{\partial y}\Big[(\zeta+h)v\Big]=0. \quad (3)$$

ここに，ζ は静水面からの水面変位，h は水深，また，F_x および F_y は F の x および y 方向成分である。ただし，ここでの右手座標系では，海岸線を y 軸，海岸線から沖向きに x 軸，そして，z 軸は鉛直上方を正にとる。

いま，長周期波で水面の昇降が微小であるならば，近似的に rigid-lid の仮定（たとえば，GILL, 1982）を考えることができるであろう。これを (3) における表示として，$\partial\zeta/\partial t\sim 0$ と書くことにすると，(3) は，$\partial u/\partial x+\partial v/\partial y=0$ となる。これは，u および v に対する速度ポテンシアルを導入するには便利な式である。このようにして解析は簡単で容易になるが，得られる解はそこで仮定した条件を満すもののみに限られる。ここでは，そのような仮定を考えないことにする。

BUCHWALD and ADAMS (1968) は f を一定とした。ここでは，はじめに β 面を考え，

$$f=f_0+\beta_x\cdot x+\beta_y\cdot y+\cdots\cdots=f_0(1+\delta) \quad (4)$$

と書けるものとする。問題を簡潔にし，見通しをよくするために，$\partial h/\partial x>0$, $\partial h/\partial y=0$ とする。時間スケール T を適当にえらび，時間 t の無次元表示 τ を $t=T\cdot\tau$ によって与える。このとき，時間スケール T を周期とする陸棚上の長周期波に対して $f\cdot T$ の逆数，ε は微少量となる。この ε をつかって無次元表示をするにあたって，つぎのように L, L_y, U, V, N, D のスケールをえらび，無次元量にはプライムをつけることにする。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} &x=L\cdot x', && y=L_y\cdot y'=\frac{L}{\varepsilon}\cdot y',\\ &u=U\cdot u', && v=V\cdot v'=\frac{U}{\varepsilon}\cdot v',\\ &\zeta=N\cdot\zeta', && h=Dh'. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ただし，L は陸棚の幅，L_y は陸棚波の波長のスケールである。緯度$\varphi=30°$，水深 $D=1000\,\mathrm{m}$ に対するロスビーの外部変形半径は $R=(gD)^{1/2}/f\sim 1000\,\mathrm{km}$。ここで，$L_y\sim R$ と考えると，

$$\varepsilon=\frac{L}{L_y}=\frac{L}{R}=\frac{fL}{(gD)^{1/2}}. \quad (6)$$

そして，(1) の無次元表示にあらわれる $N=fUL/(\varepsilon g)$ を考えるにあたって，便宜的に $N\equiv\varepsilon^q\cdot D$ と書くことにすると，(5) と (6) とから

$$\left.\begin{aligned} U&=\frac{g\varepsilon^{q+1}D}{fL}=\varepsilon^{q-1}fL,\\ V&=\frac{U}{\varepsilon}\cdot\varepsilon^{q-2}fL=\varepsilon^{q-1}fL_y. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

ここに，(5)，(6)，(7) を用いて，(1)，(2)，(3) はつぎのように書ける（以下プライム省略）。

$$v=-\frac{1}{1+\delta}\Big[-\frac{\partial\zeta}{\partial x}+F_x-\varepsilon^2\frac{\partial u}{\partial t}-\varepsilon^q V\cdot\nabla u\Big], \quad (8)$$

$$u=\frac{1}{1+\delta}\Big[-\frac{\partial\zeta}{\partial y}+F_y-\frac{\partial v}{\partial t}-\varepsilon^{q-2}V\cdot\nabla v\Big], \quad (9)$$

$$\varepsilon^2\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\Big[(\varepsilon^q\zeta+h)u\Big]+\frac{\partial}{\partial y}\Big[(\varepsilon^q\zeta+h)v\Big]=0. \quad (10)$$

したがって，PIERINI (1984) の (8) 式に相当した式としては，β 面においてつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \varepsilon^2\frac{\partial\zeta}{\partial t}&+\frac{\partial}{\partial x}\Big[(\varepsilon^q\zeta+h)\cdot\Big\{-\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\frac{1}{1+\delta}F_y\\ &-\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial t}+\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial F_x}{\partial t}\\ &+\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^3}\frac{\partial^3\zeta}{\partial y\partial t^2}-\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^3}\frac{\partial^2 F_y}{\partial t^2}\\ &+\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^4}\frac{\partial^4\zeta}{\partial x\partial t^3}-\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^4}\frac{\partial^3 F_x}{\partial t^3}\\ &-\varepsilon^{q-2}\cdot\frac{1}{(1+\delta)}V\cdot\nabla v\Big\}\Big]\\ &+\frac{\partial}{\partial y}\Big[(\varepsilon^q\zeta+h)\cdot\Big\{\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{1}{1+\delta}F_x\\ &-\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial y\partial t}+\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial F_y}{\partial t}\\ &-\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^3}\frac{\partial^3\zeta}{\partial x\partial t^2}+\varepsilon^2\frac{1}{(1+\delta)^3}\frac{\partial^2 F_x}{\partial t^2}\Big\}\Big]=0. \end{aligned} \quad (11)$$

ただし，$0(\varepsilon^4)$，$0(\varepsilon^q)$. $0(\varepsilon^{q+N})$ は無視できるものと考えた。自由波では $F_x=F_y=0$ であり，f 面近似では $\delta=0$ である。このとき，上の (11) は PIERINI の (8) 式と一致する。なお，(11) 中 $V\nabla v$ については，

$$\begin{aligned} V\cdot\nabla v=\Big\{&-\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\Big[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\Big]\\ &-\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\Big[\frac{1}{1+\delta}F_x\Big]+\varepsilon^2*\cdots\\ &+\frac{1}{1+\delta}F_y\frac{\partial}{\partial x}\Big[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\Big]\\ &-\frac{1}{1+\delta}F_y\frac{\partial}{\partial x}\Big[\frac{1}{1+\delta}F_x\Big] \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial t}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right]$$
$$-\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial t}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{1+\delta}F_x\right]$$
$$+\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial F_x}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right]$$
$$-\frac{1}{(1+\delta)^2}\frac{\partial F_x}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{1+\delta}F_x\right]\Bigg\}$$
$$+\Bigg\{\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right]$$
$$-\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{1+\delta}F_x\right]$$
$$-\frac{1}{1+\delta}F_x\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right]$$
$$+\frac{1}{1+\delta}F_x\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{1+\delta}F_x\right]\Bigg\}+\varepsilon^2*\cdots. \tag{12}$$

3. 0次の方程式

さきに導いた (11) において ε の0次についてみると，

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h}{1+\delta}\left\{-\frac{\partial\zeta}{\partial y}+F_y+\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial}{\partial t}\left[-\frac{\partial\zeta}{\partial x}+F_x\right]\right\}\right]$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left[-\frac{h}{1+\delta}\left\{\frac{\partial\zeta}{\partial y}+F_x\right\}\right]=0. \tag{13}$$

自由波に対しては (13) において $F_x=F_y=0$ として β 面近似は

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h}{1+\delta}\left(-\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\frac{1}{1+\delta}\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial t}\right)\right]$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left[-\frac{h}{1+\delta}\left(-\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)\right]=0. \tag{14}$$

また，f 面近似で十分な場合には $\delta=0$ とし，さらに，陸棚の条件 $\partial h/\partial y=0$ を考慮して，(14) はつぎのようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial t}\right)+\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y}=0. \tag{15}$$

ここで，位相速度 c に対する座標変換

$$y'=y+ct,\qquad x'=x \tag{16}$$

を考えると，(11) から以下に示すような発展方程式を導く上で好都合である。このような動座標上での時間のスケールを T' とすると，変換前の時間スケール T に比べて，T' は異なったものであろうと考えられる。これを $T'=T/\varepsilon^s$ (s は今の場合適当な数値) とすると，変換後の時間変数 $\tau=\varepsilon^s t$ を用いるとよいであろう。さらに，変換にともなう x', y' を x, y と書くことにして，

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}=\varepsilon^s\frac{\partial\zeta}{\partial\tau}+c\frac{\partial\zeta}{\partial y} \tag{17}$$

であるから，(15) はつぎのように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[h\frac{\partial}{\partial x}\left(c\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y}=0. \tag{18}$$

ここで，c=const. とし，

$$\zeta=\phi(x)\cdot A(y,t)+\varepsilon^s\cdot\Phi^{(1)}(x,y,t)+\cdots \tag{19}$$

なる展開によって ε^0 次の方程式は (18) より

$$\left.\begin{aligned}&c\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial h}{\partial x}\phi=0,\\&\frac{\partial\zeta}{\partial y}-\phi(x)\frac{\partial A}{\partial y}.\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

このとき境界条件は，もともと，海岸線に対しては $hu=0$，そして，波は陸棚上に限られ，沖合で波高は小さくなるという条件から

$$\lim_{x\to\infty}\zeta=0$$

を考えるわけであるから，これに対応して，(20) の境界条件は，

$$\left|\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|<\text{const.},\qquad (x=0\ \text{において})$$

かつ，

$$\lim_{x\leftarrow\infty}\phi=0$$

でなくてはならない。これは Sturm-Liouville の問題にほかならない。このことは，(20) のみならず，β 面上の自由波に対する (14) についても同様である。

4. 1次の方程式

上に導いた (17) と (19) とを考慮にいれて (11) を書きかえ，f 面について ($\delta=0$)，ε の指数が2または $(q-2)$ より小さい項のみをとることにすると，

$$-\varepsilon^s\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{\partial A}{\partial\tau}+\varepsilon^2\left(c\phi\frac{\partial A}{\partial y}-hc\phi\frac{\partial^3A}{\partial y^3}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}\left\{\varepsilon^{q-2}h\left(\phi\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+c\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right\}$$
$$\cdot\left(A\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0. \tag{21}$$

ここで，とくに ε^1 の次数に対しては ($s=1$, $q=3$) をとることになり，(21) より，

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\cdot\frac{\partial A}{\partial\tau}$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left\{h\left(\phi\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+c\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right\}\cdot\left(A\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0.$$

ところで，

$$\frac{\partial A}{\partial\tau}=\varepsilon^{-s}\left(\frac{\partial A}{\partial t}-c\frac{\partial A}{\partial y}\right)$$

であるから，

$$p_1\left(\frac{\partial A}{\partial t}-c\frac{\partial A}{\partial y}\right)+q_1A\frac{\partial A}{\partial y}=0. \tag{22}$$

ただし，

$$p_1=-\varepsilon^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right),$$

$$q_1=h\left(\phi\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+c\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right).$$

ここに，(22) は非線型ハイパボリック波（たとえば，WHITHAM, 1974. p. 19）に対応するものであり，Burger 方程式ともよばれているものである（WHITHAM, 1974, p. 7; PIERINI, 1984)。

この (22) において $q_1 A\,\partial A/\partial y$ を無視できるならば，A についての微分方程式は線型になり，$A=A_0\exp i(\omega t-ky)$ なる定形波に対して群速度は位相速度と同じになり $\omega+ck=0$ で与えられる。ここに k は y 軸方向の波数，ω は周波数である。また，(22)より，非線型効果を考慮にいれたことによって，$c\,\partial A/\partial y$ は $[c-(q_1A/p_1)]\,\partial A/\partial y$ と修正されることになる。この修正は，A, p_1 および q_1 を含んでいるので，徒来の線型問題とは異なっていることがわかる。

5. 2次の方程式

前節と同様に，f 面近似で (21) において，ε の指数が2の場合に対しては（$s=2$, $q=4$）あるいは（$s=2$, $q\geqq 5$）の組合せを考えなくてはならない。

(i)（$s=2$, $q=4$）の場合

$$-\varepsilon^2\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial A}{\partial t}-c\frac{\partial A}{\partial y}\right)+\left(c\phi\frac{\partial A}{\partial y}-hc\phi\frac{\partial^3A}{\partial y^3}\right)$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}\left\{h\left(\phi\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+c\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right\}\cdot\left(A\frac{\partial A}{\partial y}\right)=0. \tag{23}$$

あるいは，

$$\varepsilon^{-2}\left(\frac{\partial A}{\partial t}-c\frac{\partial A}{\partial y}\right)-p_2\left(\frac{\partial A}{\partial y}-h\frac{\partial^3A}{\partial y^3}\right)-q_2A\frac{\partial A}{\partial y}=0. \tag{24}$$

ただし，

$$p_2=c\phi\cdot\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]^{-1},$$

$$q_2=\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]^{-1}\cdot$$
$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{h\left(\phi\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+c\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right\}.$$

ここに得られた (24) は KdV 方程式の形になっていて，波形のとがりを与える非線型性と波の分散性とのつりあいによってソリトン解を与えることになる。(cf. PIERINI, 1984)．(24) で p_2 および q_2 が無視できるならば，$A=A_0\exp i(\omega t-ky)$ で表わされる定形波についての微分方程式 (24) から，群速度は位相速度と同じく $\omega+ck=0$ により与えられ，線型問題の場合と同じになる。また，(24) において，たとえ $q_2=0$ であっても，$p_2\neq 0$ であれば，変数 t および y を含む A については線型となるが，p_2 に ϕ の非線型項が含まれているため，問題はかならずしも簡単ではない。とくに，$p_2\cdot q_2\neq 0$ の場合の KdV 方程式の解には，線型問題で考えたような単一周期正弦波以外に弧立波的な波動解があることに注意しておく必要がある（たとえば，WHITHAM, 1974)。

(ii)（$s=2$, $q\geqq 5$）の場合 (21) より，

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\cdot\frac{\partial A}{\partial\tau}+\left(c\phi\frac{\partial A}{\partial y}-hc\phi\frac{\partial^3A}{\partial y^3}\right)=0. \tag{25}$$

となって，A に関する線型微分方程式が得られる。この場合，基本的線型波動の場合の

$$\frac{\partial A}{\partial\tau}-c\frac{\partial A}{\partial y}=0$$

において，c が $c[\phi/(\partial(h\,\partial\phi/\partial x)/\partial x)]$ と修正され，これに $[hc\phi/(\partial(h\,\partial\phi/\partial x)/\partial x)]\cdot\partial^3A/\partial y^3$ が付加されたものとなっている。すなわち，

$$\frac{\partial A}{\partial\tau}-c\left[\frac{\phi}{\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)}\right]\frac{\partial A}{\partial y}+\frac{hc\phi}{\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)}\frac{\partial^3A}{\partial y^3}=0.$$

上の式は (11) を出発点として誘導されたものであり，(25) にたちもどってみれば，各項に ϕ および A を含んでいる。すなわち，ϕ と A との相互作用に関連した頃の集まりであるから，線型問題としてみるかぎり従来あらわれてくることのなかったものである。

6. 日本周辺の非線型陸棚波

ここで検討した非線型陸棚波が，日本周辺で現実の現

Table 1. Order estimation of characteristics of continental shelf waves

Locality	(1) Kyushu East	(2) Wakayama South	(3) Off Sanriku	(4) Hokkaido Southeast	(5) Off Noshiro	(6) West of Noto Pen	(7) North of Shimane
Lat. (N)	31-33	33.5	36-40	42-43	40-41	36-37	35.0
Long. (E)	131-132	135-136	140-142	143-144	140	136-137	131-133
f ($10^{-5}s^{-1}$)	7.7	8.0	9.0	9.9	9.4	8.7	8.3
D (m)	200	500	200	200	200	200	200
L (km)	20	10	30	30	30	50	100
$R=\frac{(gD)^{1/2}}{f}$ (km)	580	280	500	450	480	510	540
$\varepsilon=L/R$	0.034	0.036	0.060	0.067	0.063	0.098	0.185
fL	1.54	0.80	2.70	2.97	2.82	4.35	8.30
(s, q)=(1, 3)	v=0.27cm/s	0.083	2.6	4.0	3.2	18.2	235.0
	T′=29.4days	27.8	16.7	14.9	15.9	10.2	5.41
(s, q)=(2, 4)	$v=3.2\times10^{-4}$	1.1×10^{-4}	9.5×10^{-3}	1.8×10^{-2}	1.3×10^{-2}	0.18	8.1
	T′=864	772	278	222	252	104	29.2
(s, q)=(2, 5)	$v=3.7\times10^{-7}$	1.4×10^{-7}	3.4×10^{-5}	8.0×10^{-5}	5.0×10^{-5}	1.7×10^{-3}	0.28
	T′=864	772	278	222	252	104	29.2

象としてどの程度のものかを把握しておくことは無益なことではないと思われる。ただ，実在の沿岸域や陸棚域の海底地形は複雑であり，その細部にわたる検討は別の機会にゆづらねばならない。ここでは概略の数値によって陸棚波の特性をとらえることを試みる。とくに，ここで，日本周辺の水深 200 m までの陸棚のうち，(1) 九州東岸，(2) 和歌山南岸，(3) 三陸沖，(4) 北海道東岸，(5) 能代沖，(6) 能登半島西岸，(7) 島根半島北岸を対象として考えることにした。それぞれの海域を代表する位置 (lat., long.)，f の値，対象水域でえらんだ水深 D，対象水域で考えた幅 L, f と D とから定まる外部変形半径 R はそれぞれ Table 1 のようになっている。これらの値を用いると，(6) 式の $\varepsilon=L/R$ および $f\cdot L$ ももとまることになる。

とくに陸棚上での長周期波（周期 T）に対して，本文の初めに述べたように $f\cdot T$ の逆数を微少量と考えた。この ε が微少量であるためには，長周期波の周期 T が十分長いことが必要である。ちなみに，$T=1$ day ならば $\varepsilon\sim0.17$ である。T がそれより短かくなったとして，たとえば $T=0.5$ day ならば $\varepsilon\sim0.34$, $T=0.1$ day ならば $\varepsilon\sim1.67$ となって，もはや ε の値は微少量とはいえなくなってしまう。はじめに ε を微少量として，展開した結果を，微少でない ε に対して適用して議論をすることは意味がないことである。したがって，ここでは，ε が微少量とみなせるための目安として，$T\geqq1$ day をとつて以下の検討をすすめることにする。実際には，ε を微少量とするような T は，式の上では 1 day よりも長ければどのような値の T でもよいはずである。

ε の 0 次の問題は線型であり，ここでは考えないことにする。ε の 1 次の場合は，すなわち，(21) で $s=1$ かつ $q=3$ なる場合であり，(22) に対して，たとえば，$T=1$ day とすると，Table 1 に示すように，九州東岸では $v=0.27$ cm/s, $T'=29.4$ days となる。和歌山南岸では，$v=0.0083$ cm/s, $T'=27.8$ days となって，自由波でこのようなものが存在するかどうか現在の観測技術では確かめることはできない。T が大きくなると T' は T/ε^s となると同時に v は急速に小さくなる。Table 1 をみても，九州東岸や和歌山南岸では観測によってとらえることはできそうにない。また，Table 1 をみると，三陸沖，北海道南東部，能代沖，能登半島西岸では計算上，流速が 2.6 から 18.2 cm/s の範囲にあって，$(s, q)=(1, 3)$ の 1 次の方程式に対応した現象は流速観測によってとられる可能性はあるとみてよいであろう。とくに，島根沖では，$(s, q)=(1, 3)$ に対応して，$v=235$ cm/s, $T'=5.41$ days である。これは計算上，外部変形半径に比較して陸棚の幅が大きいことによる。すなわち，$\varepsilon=L/R$ の値は約 0.2 倍であることが大きな原因となっている。

とくに，三陸沖についてみれば，Table 1 の (3) よりわかるように，$(s, q)=(1, 3)$ の場合，$v=2.6$ cm/s, $T'=16.7$ days である。その流速は陸測で検出の可能性

はありそうである。そして，その周期 T' は，天文潮のなかでも半月潮 M_f および M_{sf} の周期に近い。このような場合，共振が考えられうるのであろうか。九州東岸と和歌山南岸では $T'=29.4$ days および 27.8 days という例もある。

ちなみに，MAKSIMOF (1970) によれば，月と太陽の主要長周期分潮のうち，13.6-14.8 days を周期とするものおよび 27.4-31.8 days を周期とするものに対応する自然現象として，次のものを事実および推測として挙げている。すなわち，水位の変動，海流の変動，海洋内部波，大気圧および降水量の変動，地磁気の特性の変動，極の変動，電離層 f_0F 層の電子密度の変動，地表活動一地震の頻度，人工衛星の軌道のずれなどである。

ここで，Table 1 で ε の 2 次の場合のうち $s=2$ かつ $q=4$ の場合，(22) 式に対して，v の値は，島根北岸の 8.1 cm/s を除けば，観測にかからないくらいの非常に小さい値である。この場合，島根北岸の T' は 29.2 days であり，これは 1 月潮 M_m の周期に近い。これを，上にみた Maksimov の所論と対比すると，自由波としての 29.2 days 周期の現象が外力としての 1 月潮 M_m とどのような関係にあるかという問題は興味深いものであるが，その評細な力学的機構は別の機会に検討すべきものと考えられる。

KdV 方程式を満すようなものは，たとえば和歌山南岸についてみると，流速は非常に小さい。そして，もしそれが存在したとしても，その波動の周期は 772 days あるいはそれより長いものである可能性はある。この場合，和歌山南岸について見るかぎり，本文で考えたような弱非線型型陸棚波方程式によって支配されるような波があったとしても，その波が，たとえば海象（流れ）観測グループ (1983) による観測から容易にとりだせるとは考えられない。

なお，非線型波としてみるかぎり，波と波との多重相互作用による共振（たとえば HSIEH and MYSAK, 1980）の問題も考慮にいれるべきであったかもしれないが，ここではとくに考えなかった。

参 考 文 献

BUCHWALD, V. T. (1973): On divergent shelf waves. Jour. Marine Res., **31**, 105-115.

BUCHWALD, V. T. and J. K. ADAMS (1968): The propagation of continental shelf waves. Jour. Fluid Mech., **35**, 815-826.

CALDWELL, D. R., D. L. CUTCHIN and M. S. LONGUET-HIGGINS (1972): Some model experiments on continental shelf waves. Jour. Marine Res., **30**, 39-55.

海象(流れ)観測グループ (1983): 田辺湾における流れの長期連続観測. 京大防災研年報, No. 26B-2, 637-672.

GILL, A. E. (1982): Atmosphere-Ocean Dynamics. International Geophysics Series, Vol. 30, Academic Press, N. Y., 662p.

HSIEH, W. W. and L. A. MYSAK (1980): Resonant interactions between shelf waves, with applications to the Oregon shelf. Jour. Phys. Oceanogr., **10**, 1729-1741.

LE BLOND, P. and L. A. MYSAK (1978): Waves in the ocean. Elsevier Oceanographic Series No. 20, Amsterdam, 602pp.

MAKSIMOV, I. V. (1970): Geofizicheskie sili i vodi okeana. Gidromet. Izdat., Leningrad (高野健三・遠藤昌宏共訳 (1974): 地球・月・太陽による海洋・気候の長期変動. 東海大学出版会, 358pp.)

PIERINI, S. (1984): A weakly nonlinear theory of continental shelf waves. Jour. Fluid Mech. **138**, 197-208.

ROBINSON, A. R. (1964): Continental shelf waves and the response of sea level to weather systems. Jour. Geophys. Res., **69**, 367-368.

SAINT-GUILY, B. (1984): Inertial long waves in the sea. The O. G. S. Silver Anniversary Volume (A. BRAMBATI and D. SLEIJKO eds), O. G. S. Trieste, 209-216.

SMITH, R. (1972): Nonlinear Kelvin and continental-shelf waves. Jour. Fluid Mech., **52**, 379-391.

WHITHAM, G. B. (1974): Linear and nonlinear waves. Wiley-Intersci., N. Y., 636pp.